Nombre y apellidos: **DNI:**

Centro: **Curso:**

Problema 1: La física del iceberg

En este problema vamos a estudiar la física de los icebergs desde el punto de vista de la mecánica y la termodinámica. Para ello, modelizaremos un iceberg como un cilindro de hielo de radio r y altura h, tal y como se puede observar en la siguiente figura.

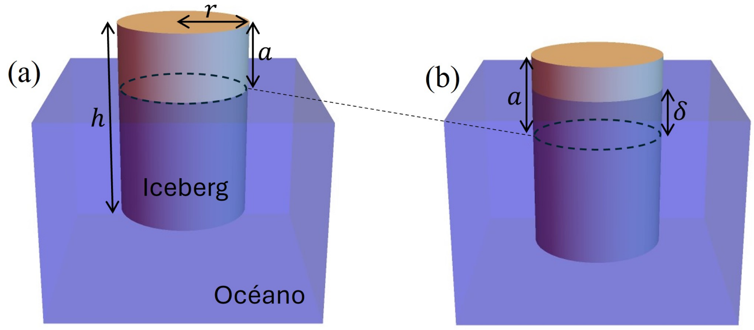


Figura 1: Vista lateral del modelo de iceberg que estudiaremos en este problema. (a) Iceberg en equilibrio, correspondiente al **Ejercicio 2** y (b) perturbación en una pequeña cantidad $\delta < a$ respecto del equilibrio, correspondiente al **Ejercicio 3**.

Comencemos analizando las propiedades de flotabilidad del iceberg. Como recordarás, por el Principio de Arquímedes todo cuerpo parcialmente sumergido en un fluido experimenta un empuje, que se opone a la gravedad y cuyo módulo es igual al peso del fluido desalojado. La fuerza de empuje es por tanto dependiente de la densidad del fluido, mientras que la fuerza gravitatoria depende de la del cuerpo sumergido. Por simplicidad, en este problema supondremos que las densidades del hielo (dulce) ρ_h y del agua (dulce) $\rho_0 = 1\,\mathrm{kg}/\ell$ son constantes (en particular, independientes de la temperatura) y satisfacen $\rho_h/\rho_0 \equiv \varepsilon < 1$.

Ejercicio 1. **(1 punto)** La salinidad es una medida de la concentración de sales disueltas en agua y se define como la masa de sales disueltas por unidad de masa de agua pura (por ejemplo, una salinidad del 3 % significa que hay 3 g de sal disuelta por cada 100 g de agua pura). Supongamos que el agua del océano tiene una salinidad s. Asumiendo que el volumen del agua no cambia tras disolver sales, calcula la densidad del agua salada ρ_s en función de su salinidad s y de la densidad del agua dulce, ρ_0. Como aplicación numérica calcula la densidad del océano Ártico, que tiene una salinidad aproximada del 3 %.

Ejercicio 2. **(1.5 puntos)** Considera que un bloque de hielo de agua dulce se desprende de la masa continental y cae al océano, convirtiéndose en un iceberg en equilibrio con la forma anteriormente descrita. Determina la altura a [ver figura 1(a)] emergida sobre el nivel del mar así como el porcentaje de volumen del iceberg que queda sumergido. Como aplicación numérica, calcula qué porcentaje del iceberg queda emergido suponiendo $\varepsilon = 0{,}9$ y una salinidad del $3\,\%$.

Ejercicio 3. **(2.5 puntos)** Supongamos que el iceberg se encuentra flotando en reposo y que recibe una perturbación de manera que en el instante inicial éste se sumerge una pequeña cantidad $\delta < a$ respecto del equilibrio [ver figura 1(b)]. Dibuja un diagrama con las fuerzas a las que el hielo está sometido y escribe explícitamente la 2ª Ley de Newton. ¿Qué tipo de movimiento describirá el iceberg a partir de este momento? ¿Puedes determinar la altura $x(t)$ de iceberg emergido respecto a la posición de equilibrio en función del tiempo? ¿Cuál será la velocidad máxima que experimentará el iceberg?

A continuación vamos a analizar el problema desde un punto de vista termodinámico. Como sabes, cuando dos cuerpos a distinta temperatura entran en contacto, se produce una transferencia de calor desde el cuerpo con mayor temperatura al de menor. Ese calor se emplea en variar las temperaturas de cada cuerpo (*calor específico*) y en cambiar sus estados de agregación (*calor latente*). Supongamos que inicialmente las temperaturas del hielo y del océano son T_h y T_0, respectivamente, que los calores específicos del hielo y del agua líquida son c_h y c_l, y que el calor latente de fusión del hielo es c_f.

Ejercicio 4. **(1.5 puntos)** Explica por qué desde un punto de vista físico es razonable pensar que la temperatura de equilibrio sea T_0. Determina el calor transferido del océano al iceberg hasta que éste se funde y se alcanza la temperatura de equilibrio. Dar el valor numérico de este calor para un iceberg promedio de masa 5×10^9 kg. Asume que la temperatura del océano es $T_0 = 5\,^\circ\mathrm{C}$ y que la del hielo es $T_h = -2\,^\circ\mathrm{C}$ y considera que $c_h = 2090\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K\cdot kg}}$, $c_l = 4180\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K\cdot kg}}$ y $c_f = 334\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$. Compara tu resultado con el consumo promedio de un hogar durante un mes de 270 kWh.

Ejercicio 5. **(1 punto)** Centrémonos en el proceso de fusión del iceberg, es decir, una vez ya ha alcanzado los $0\,^\circ\mathrm{C}$ y comienza a derretirse. Durante todo el proceso asumiremos que el calor transferido por unidad de tiempo, $\dot{Q}$, viene dado por $\dot{Q} = \kappa S \Delta T$, siendo ΔT la diferencia de temperaturas entre el agua oceánica y el iceberg, S la superficie de hielo en contacto con el agua líquida y κ una constante. ¿Qué dimensiones tiene la constante κ y qué representa físicamente? ¿En qué unidades se mide en el SI?

Ejercicio 6. **(2.5 puntos)** Cuando el iceberg cilíndrico se derrite su tamaño disminuye. Por simplicidad, asumamos que el iceberg mantiene su forma cilíndrica y que su radio $r(t)$ decrece durante el proceso, mientras que su altura se mantiene constante con valor h. Calcula el tiempo que éste tardará en fundirse completamente (de hielo a $0\,^\circ\mathrm{C}$ a agua a $0\,^\circ\mathrm{C}$). Como aplicación numérica, determina cuánto tiempo se tardará en fundir un iceberg promedio de masa $5 \cdot 10^9$ kg y diámetro de $2 \cdot 10^2$ m asumiendo que la temperatura del océano es $T_0 = 5\,^\circ\mathrm{C}$, $\varepsilon = 0{,}9$, $s = 3\,\%$ y $\kappa = 2$ (en unidades del SI).

Ayuda: Utiliza la fórmula del calor latente $Q = m_h c_f$ para obtener $\dot{Q}$ en función de $\dot{r}$. Combínala con la ecuación para $\dot{Q}$ del ejercicio 5 para relacionar el tiempo de fusión y el radio r del iceberg. Puedes hacerlo de manera exacta (integrando) o utilizando las aproximaciones que creas oportunas.

Nombre y apellidos: **DNI:**
Centro: **Curso:**

Problema 2: Diseñando pulsos de attosegundo

El premio Nobel de Física del pasado año 2023 fue otorgado a los investigadores Anne L'Huillier, Ferencz Krausz y Pierre Agostini[1], investigadores del campo de la Óptica. En concreto el premio se les ha otorgado por sus trabajos, principalmente experimentales, de interacción de la luz con la materia. El tipo de luz con la que trabajan es una luz "muy especial", que se emite en forma de destellos extremadamente breves, que nos permiten observar fenómenos que ocurren en la naturaleza en instantes de tiempo muy cortos.

Ejercicio 1. (1.5 puntos) Veamos un ejemplo de la utilidad de estos pulsos o destellos de luz. Imagínate que quieres medir con gran precisión la distancia que separa a los dos átomos de hidrógeno que componen la molécula de hidrógeno, H_2. Para ello, te propones medir el tiempo que tarda en viajar la luz entre los dos átomos. Si dichos átomos están separados una distancia de 0,47 Angstroms (1 $\mathring{A}$=1 Angstrom=10^{-10} m) y la luz viaja a 300000 km/s ¿de cuánto tiempo estamos hablando?

Ejercicio 2. (3 puntos) Como sabes la luz es una onda electromagnética y como tal podemos pensar en ella como una onda periódica sinusoidal, la misma que la de un oscilador armónico. ¿Sabrías calcular la longitud de onda que tendría una onda electromagnética si su período es de 0,157 attosegundos (1 as=1 attosegundo=10^{-18}s)? ¿y su frecuencia?

Ejercicio 3. (1.5 puntos) Si has hecho bien los cálculos la longitud de onda que has obtenido pertenece al rango de los rayos X, muy lejos de la luz visible. Tus resultados te pueden dar una pista de por qué la generación de pulsos de luz en el rango de los attosegundos es tan interesante, y de por qué para generarlos necesitamos longitudes de onda muy cortas, en el rango de los rayos X. Ahora bien, el caso que hemos analizado es un poco extremo, y hoy en día el récord está en alcanzar pulsos que duran 43 as[2]. Para entender la duración temporal más breve que pueden alcanzar estos pulsos o destellos de luz, podemos estar de acuerdo en que su duración total no puede ser inferior a un ciclo, es decir a una oscilación completa del campo eléctrico. Conseguir pulsos de pocos ciclos es todo un reto tecnológico, y normalmente los pulsos de luz que se obtienen son de varios ciclos.

La estrategia para obtener un pulso de luz la podemos entender por similitud con el fenómeno de la interferencia, tal y como se explica en la figura. Al sumar adecuadamente muchas ondas de distintas

[1] https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2023/press-release/

[2] T. Gaumnitz, A. Jain, Y. Pertot, M. Huppert, I. Jordan, F. Ardana-Lamas, and H. J. Wörner, Streaking of 43-attosecond soft-X-ray pulses generated by a passively CEP-stable mid-infrared driver, Opt. Exp. 25, 27506-27518 (2017).

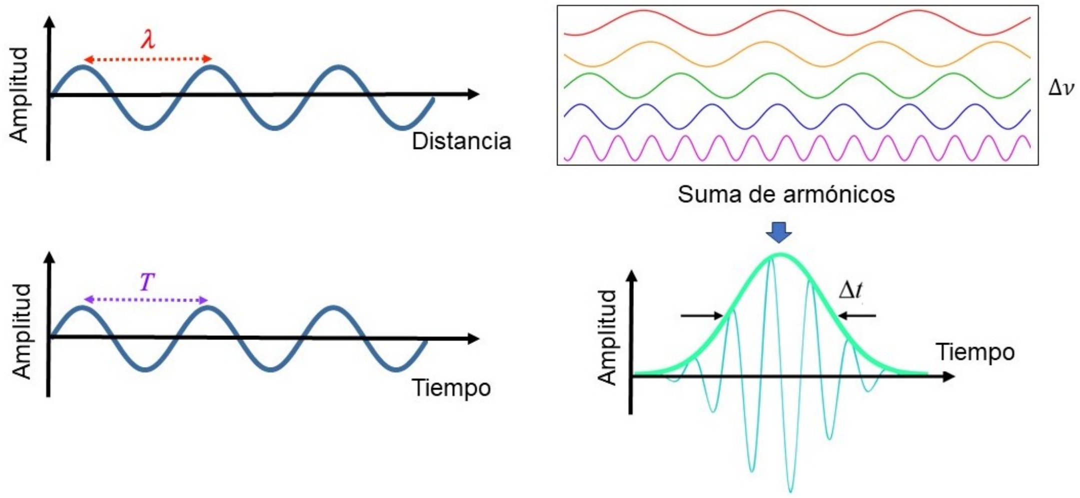


Figura 1: La suma de ondas de distintas frecuencias (también conocidas como armónicos), da lugar a la formación de un pulso de luz. La relación entre la duración del pulso Δt y su ancho de banda $\Delta\nu$ (el rango de frecuencias de las ondas que lo componen) vienen dado por la ecuación (1).

frecuencias obtenemos pulsos de luz. Existe una relación entre el ancho de banda, $\Delta\nu$ (la diferencia entre la frecuencia más alta y la frecuencia más baja de las ondas presentes) y la duración del pulso que podemos obtener, Δt, que viene dada por:

$$\Delta\nu\Delta t = 0{,}44 \tag{1}$$

Para obtener un pulso con una duración de 43 as, ¿qué ancho de banda necesitamos?

Ejercicio 4. **(4 puntos)** Conocida la duración del pulso (43 as) y el ancho de banda que necesitamos para generarlo, acudimos a un fabricante de pulsos de luz láser, que nos ofrece fuentes de luz a dos longitudes de onda diferentes: 6.5 nm y 120 nm (1 nm=10^{-9} m). ¿Cuál de ellas elegirías para generar pulsos de luz de 43 as? (Pista: calcula el número de períodos o de oscilaciones del campo electromagnético que tendría el pulso con cada una de las dos fuentes de luz).

Nombre y apellidos: **DNI:**
Centro: **Curso:**

Problema 3: Radiación y temperatura de una bombilla

OBJETIVO

Estudiar la dependencia de la energía emitida por el filamento de una lámpara incandescente con su temperatura.

FUNDAMENTO TEÓRICO

Los cuerpos pueden transferir calor a otros cuerpos que se encuentran a diferente temperatura mediante conducción, convección y radiación. La radiación está constituida por ondas electromagnéticas, cuya distribución en el espectro depende de la temperatura.

Sea una bombilla con un filamento de wolframio por el que circula una corriente eléctrica de intensidad creciente. Cuando la temperatura del filamento es muy baja, la bombilla pierde energía principalmente por conducción y convección, pero a temperaturas suficientemente altas predomina la radiación, de modo que la conducción y la convección pueden considerarse despreciables. En estas condiciones, se puede aceptar que la potencia eléctrica, P, suministrada a la bombilla se disipa íntegramente por el filamento en forma de radiación.

La potencia radiada, P, por el filamento, cuando se encuentra a una temperatura, T, muy superior a la temperatura ambiente es:

$$P = \epsilon\sigma S T^n, \tag{1}$$

donde S es el área de la superficie emisora, ϵ es un coeficiente adimensional característico de cada cuerpo, llamado emisividad, σ una constante que se conoce como constante de Stefan-Boltzmann y n es un exponente entero. Como S, ϵ y σ, no van a intervenir en este problema, puede simplificarse la expresión (1), haciendo:

$$a = \epsilon\sigma S. \tag{2}$$

De este modo, la potencia radiada queda escrita del siguiente modo:

$$P = aT^n. \tag{3}$$

El objetivo del problema es la determinación de n a partir de datos experimentales. El primer paso es linealizar la expresión (3) aplicando logaritmos naturales:

$$\ln P = \ln a + n \ln T. \tag{4}$$

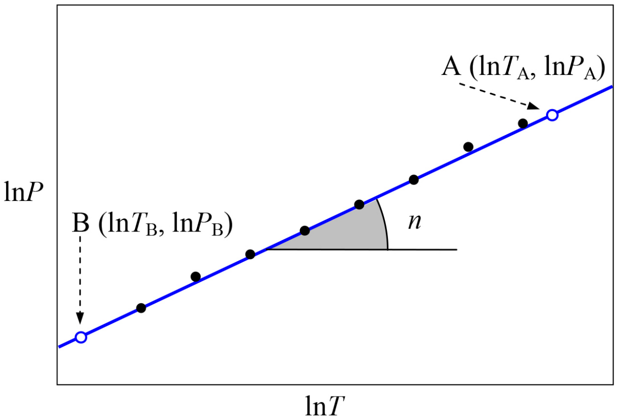


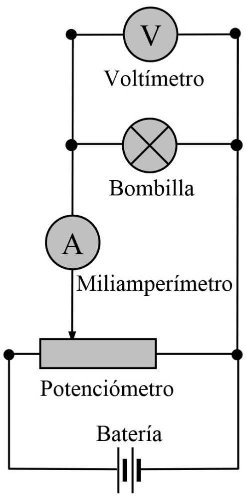
Figura 1: Representación gráfica para obtener el valor de n

Si se representan gráficamente los valores experimentales de $\ln P$, frente a los correspondientes de $\ln T$, se obtendrá una línea recta (figura 1). Una vez trazada la recta, para determinar su pendiente pueden tomarse dos puntos de esa recta, A y B, suficientemente separados, cuyas coordenadas son $A(\ln T_A, \ln P_A)$ y $B(\ln T_B, \ln P_B)$. La pendiente de la recta, n, es:

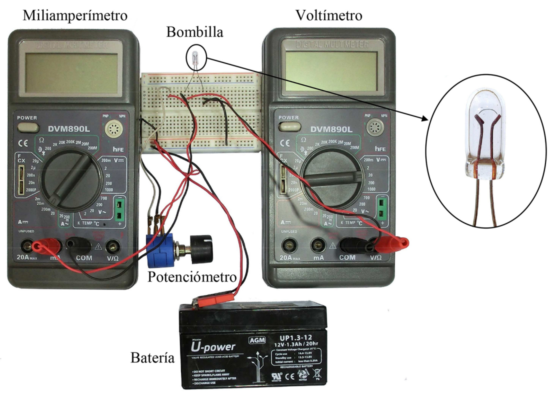
$$n = \frac{\ln P_A - \ln P_B}{\ln T_A - \ln T_B}. \tag{5}$$

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Siguiendo el esquema de la figura 2a se ha montado el dispositivo mostrado en la figura 2b.



(a) Esquema del circuito



(b) Montaje experimental

Figura 2

Una batería suministra corriente eléctrica de intensidad creciente por medio de un potenciómetro a una pequeña bombilla. Mediante un voltímetro y un mili-amperímetro se determinan las sucesivas diferencias de potencial, V y las intensidades eléctricas I en la bombilla. Con estas dos magnitudes puede calcularse la resistencia del filamento, R en cada momento y la potencia, P, suministrada a la bombilla (al encontrarse su filamento incandescente aceptaremos que esta potencia es la que emite el filamento en forma de radiación).

$$R = V/I, \tag{6}$$

$$P = IV. \tag{7}$$

La resistencia eléctrica, R, de un filamento de wolframio aumenta con la temperatura, T. La dependencia entre estas variables puede ajustarse bien a la siguiente relación empírica:

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{R}{R_0}\right)^{0{,}83} \tag{8}$$

donde R_0 y T_0 son los valores a temperatura ambiente. En consecuencia, a partir de la expresión (8) puede conocerse la temperatura T, del filamento en cada momento:

$$T = \frac{T_0}{(R_0)^{0{,}83}} R^{0{,}83} \tag{9}$$

Para utilizar la expresión (9), al inicio del experimento se midió la temperatura ambiente y la resistencia del filamento a esa temperatura. Estos valores fueron: $T_0 = 21$ ºC ($T_0 = 294K$) y $R_0 = 16{,}3\ \Omega$. A continuación se conectó la batería y, actuando sobre el potenciómetro se tomaron medidas crecientes de la diferencia de potencial y de la intensidad. Los resultados de ocho medidas se muestran en la figura 3, en la que está registrado un detalle del montaje, con el miliamperímetro a la izquierda (en consecuencia, no olvidar que las medidas que aparecen son en miliamperios), la bombilla en el centro y el voltímetro a la derecha. A partir de los datos disponibles realiza las siguientes tareas:

1. **Traslada las medidas que aparecen el la figura 3 a una tabla como la siguiente, cuyo contenido es: (4 puntos)**

   - 1ª columna: medida de la diferencia de potencial que da el voltímetro.
   - 2ª columna: medida de la intensidad que da el amperímetro.
   - 3ª columna: cálculo de la resistencia de la bombilla, según la expresión (6).
   - 4ª columna: temperatura del filamento, conocidas T_0 y R_0, aplicando la expresión (9).
   - 5ª columna: potencia suministrada, que es igual a la potencia radiada, aplicando (7).
   - 6ª columna: logaritmo natural de la temperatura.
   - 7ª columna: logaritmo natural de la potencia.

V (V)	I (A)	R (Ω)	T (K)	P (W)	$\ln T$	$\ln P$

2. **Representa en papel milimetrado los valores de** $\ln P$ **(en ordenadas) frente a los correspondientes valores de** $\ln T$ **(en abscisas). (3 puntos)**

3. **A partir de dos puntos elegidos de la recta, y aplicando la expresión** (5)**, determina el valor de la pendiente. El valor de** n **que se busca es el valor entero más próximo al de la pendiente obtenida. (3 puntos)**

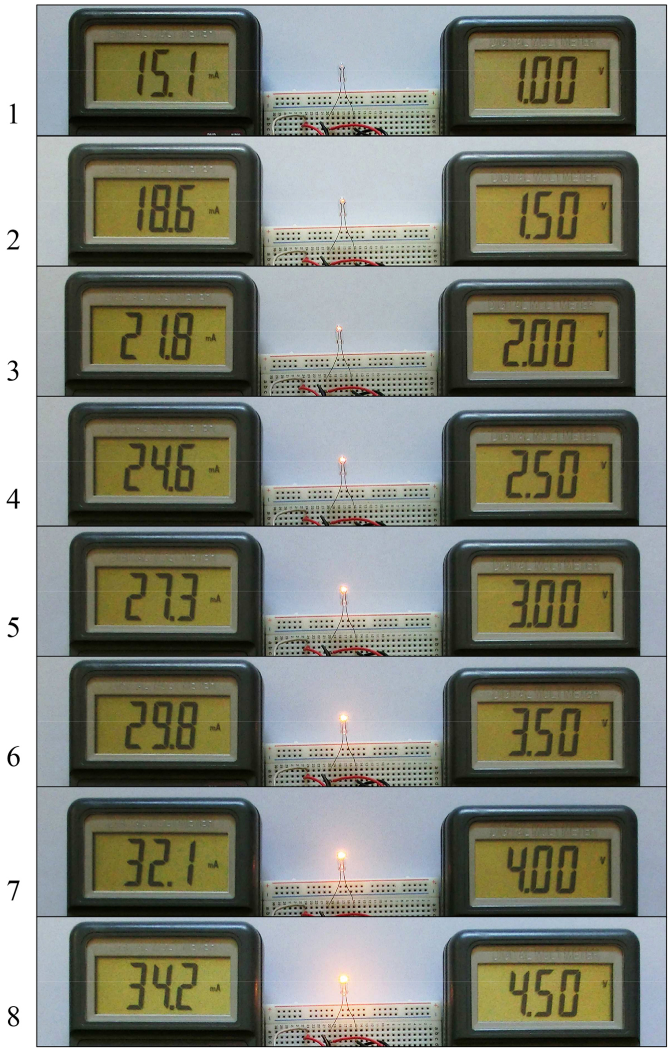


Figura 3: Registro de los datos obtenidos experimentalmente