Nombre y apellidos:

Centro: Curso:

Problema 1: La Física de la bicicleta (6.5 puntos)

El pasado día 7 de noviembre de 2020 se celebró la 17ª etapa de la Vuelta Ciclista a España entre Sequeros y el puerto de la Covatilla, en la provincia de Salamanca. En la Figura 1 se muestra el perfil de la misma, que fue ganada por el corredor francés David Gaudu, seguido a 28 segundos por el suizo Gino Mäder. En este problema que os planteamos vamos a estudiar, desde el punto de vista de la Física, algunos aspectos relacionados con el ciclismo. Para ello, en primer lugar, vamos a familiarizarnos con algunos conceptos clave.

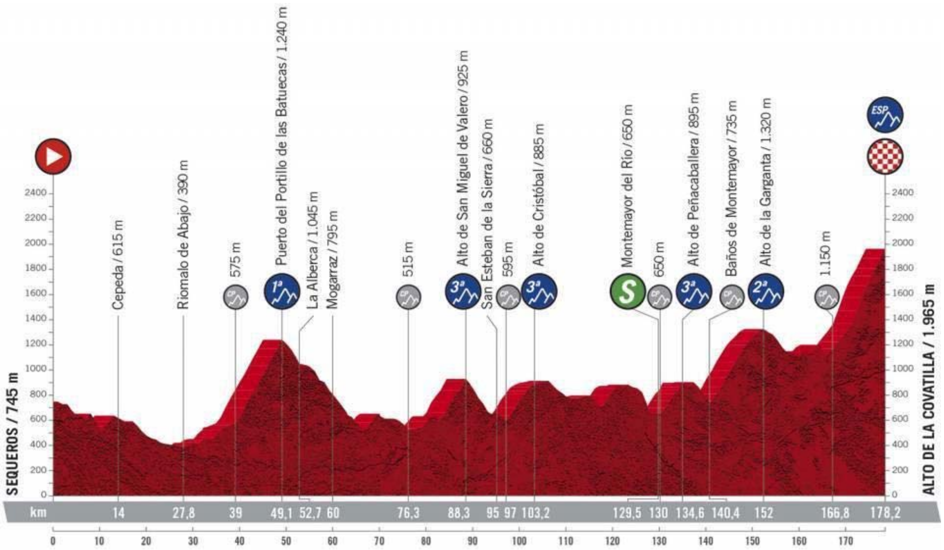

Figura 1: Perfil de la etapa. En el eje vertical se muestra la altitud (en metros) respecto del nivel del mar, y en el horizontal la distancia (en kilómetros) desde el inicio de etapa.

Comencemos analizando el pedaleo de un ciclista. Como se muestra en la Figura 2, la trasmisión de la bicicleta consta de tres partes: el plato, la cadena y el piñón. El plato es una estructura circular, solidaria a los pedales (es decir, gira a la vez que ellos), dotado de unos salientes denominados dientes mediante los cuales se conecta a la cadena. Ésta se encarga de transmitir el pedaleo desde el plato a los piñones, situados en la rueda trasera (y que giran solidariamente con ella). Llamamos cadencia o frecuencia de pedaleo al número de pedaladas por minuto que efectúa un ciclista sobre su bicicleta, es decir, el número de giros completos del eje del pedal en cada minuto.

Figura 2: Partes relevantes de la trasmisión de una bicicleta.

Nombre y apellidos:

Centro: Curso:

---

1. Escribe la expresión de la velocidad v de una bicicleta en función de la cadencia Ω, del radio de las ruedas R y del número de dientes del plato y del piñón, N_1 y N_2, respectivamente. (0.3 puntos)

2. Aplicación numérica: Calcula la velocidad en km/h de un corredor que pedalea con una cadencia de Ω = 90 pedaladas/minuto, N_1 = 54, N_2 = 18 y un diámetro de la rueda de 700 mm.[i] (0.2 puntos)

A continuación, vamos a estudiar el concepto clave para entender el rendimiento y la calidad de un corredor: la potencia (P) que el ciclista desarrolla sobre la bicicleta. Recordemos que la potencia es la fuerza F multiplicada por la velocidad, $P = F \cdot v$.

Para ello emplearemos un modelo sencillo en el que consideraremos únicamente tres tipos de fuerzas externas al ciclista:

- La fuerza ascensional, F_g.
- La fuerza o resistencia aerodinámica, F_a.
- El rozamiento con el asfalto o fuerza de rodadura, F_r.

Vamos a obtener por separado la expresión matemática de cada una de ellas, siendo m la masa del sistema [ciclista + bicicleta].

La fuerza ascensional, F_g, es la necesaria para vencer la fuerza gravitatoria, es decir, para subir una pendiente.

3. Escribe la expresión de la fuerza ascensional F_g para el sistema [ciclista + bicicleta] que se mueve en un plano inclinado de ángulo θ. La aceleración de la gravedad es g y m es la masa conjunta del ciclista y la bicicleta. (0.25 puntos)

4. Aplicación numérica: Considerando únicamente la fuerza ascensional y suponiendo que nuestro ciclista puede desarrollar 250 W de potencia calcula:

(a) la velocidad, (0.25 puntos)

(b) el tiempo invertido, (0.25 puntos)

(c) y el trabajo necesario (0.25 puntos)

para subir un tramo del puerto del Portillo de las Batuecas de d = 5 km de distancia recorrida con ángulo de pendiente igual a 3°.

(d) Si la pendiente se duplica, como por ejemplo en el Alto de la Covatilla, ¿cuál sería la velocidad con la misma potencia? (0.25 puntos)

Para los cálculos usa g = 10 m/s^2 y m = 80 kg.

---

[i] Evidentemente se supone que las ruedas de la bicicleta ruedan por el asfalto sin deslizar. En un caso real, el perímetro de la rueda se ve ligeramente modificado por el peso del ciclista, la presión de inflado y la anchura del neumático.

Nombre y apellidos:

Centro: Curso:

A continuación, vamos a calcular la fuerza aerodinámica F_a. Se trata de la fuerza necesaria para superar la resistencia que supone el desplazamiento en el aire. Supongamos que el sistema [ciclista + bicicleta] se aproxima por un cubo de arista "a" y que se desplaza a velocidad v respecto del aire, cuya densidad ρ es constante.

5. Consideremos que el trabajo realizado por el ciclista se invierte en una ganancia de energía cinética del aire.

(a) Escribe la energía cinética, E_c, del volumen de aire desplazado (0.3 puntos)

(b) Realiza el balance de potencia $P = \frac{dE_c}{dt}$ para determinar la fuerza aerodinámica (0.5 puntos)

(c) Demuestra que la expresión de la fuerza aerodinámica F_a en términos de la densidad del aire ρ , del área frontal del ciclista A y la velocidad del ciclista v toma la forma de $F_a = \frac{1}{2}\rho C_d A v^2$, donde C_d es el coeficiente aerodinámico que multiplica al resultado encontrado y está relacionado con la forma del cuerpo que se desplaza en el aire[ii] (0.2 puntos)

Por último, la fuerza de rodadura o de rozamiento, F_r, es la necesaria para vencer el rozamiento mecánico.

6. Escribe la expresión de la fuerza de rozamiento F_r en función del coeficiente de rozamiento μ en un terreno llano. (0.25 puntos)

A continuación, consideremos un ciclista que rueda por una zona de la etapa entre puertos que consideraremos totalmente llana para no tener que considerar la fuerza ascensional.

7. Aplicación numérica: Utilizando unos valores típicos para el coeficiente de rozamiento, $\mu = 0.004$, y para el término de la fuerza aerodinámica de $\frac{1}{2}\rho C_d A = 0.24\ \mathrm{Kg/m}$, calcula la potencia necesaria para que nuestro ciclista avance a una velocidad de 36 km/h en un recorrido horizontal en los siguientes casos:

(a) Sin viento (0.25 puntos)

(b) Con viento a favor de 18 km/h y con viento en contra de 18 km/h (0.5 puntos)

[ii] En la práctica, dependiendo de la forma del objeto, en la fuerza aerodinámica se introduce un coeficiente aerodinámico C_d para tener en cuenta, por ejemplo, que parte del aire se desplaza lateralmente. Por ejemplo, este coeficiente será pequeño si el ciclista pedalea agachado, mientras que tendrá un valor grande si circula muy erguido.

Nombre y apellidos:

Centro: Curso:

En la parte final de la etapa, ascendiendo La Covatilla, un corredor que marcha escapado con velocidad constante V se encuentra a una distancia L de la línea de meta. Nuestro ciclista, que se encuentra en el pelotón que también marcha con la misma velocidad V, tiene un retraso de un tiempo T respecto al primero. Con el fin de disputar la etapa, el segundo corredor decide atacar aumentando bruscamente su velocidad a un valor v_0, pero debido a la fatiga no puede mantenerla, y su velocidad disminuye exponencialmente de la forma:

$$\frac{dx}{dt} = v(t) = v_0 e^{-\beta t},$$

donde β es un parámetro con dimensión inversa de tiempo.[iii]

8. Determina el valor mínimo de v_0 necesario para que el corredor que va en segunda posición obtenga la victoria de la etapa. (1.5 puntos)

9. Aplicación numérica: Supongamos V = 16 km/h, L = 4 km, T = 36 s y β = 4 h^{-1}.

(0.25 puntos)

Tras terminar la etapa, nuestro ciclista comienza a descender La Covatilla sin dar pedales camino al hotel de Béjar. Durante la larga bajada se da cuenta de que su velocidad crece hasta un cierto valor limitado por la fuerza aerodinámica.

10. Despreciando la fuerza de rozamiento con el asfalto o fuerza de rodadura F_r y suponiendo un ángulo de descenso constante de 9°, ¿cuál será esa velocidad límite? (1 punto)

[iii] En caso de que fuese necesario, recuerda que $\int e^{ax}\,dx = \frac{1}{a}e^{ax} + C, \quad 0 \neq a \in \mathbb{R}$

XXXII Olimpiada Española de Física 12 de marzo de 2021

Fase Local, Universidad de Salamanca

Nombre y apellidos:

Centro: Curso:

Problema 2: Factor de idealidad de un diodo de Silicio (3.5 puntos)

Fundamento teórico

Un diodo es un dispositivo electrónico que básicamente permite el paso a través de él de corriente eléctrica en un sentido e impide el paso en sentido contrario. El símbolo de un diodo está representado en la figura 1.

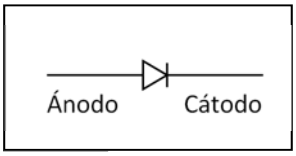

Fig. 1

La relación entre la intensidad de corriente a través del diodo, I y la diferencia de potencial, V_D, puede describirse mediante la ecuación de Shockley:

$$I = I_S\left(e^{\frac{V_D q}{\eta k T}} - 1\right) \qquad (1)$$

donde I_S es la corriente de saturación, q es la carga elemental, k es la constante de Boltzmann, T es la temperatura absoluta y η es el factor de idealidad.

Para diferencias de potencial suficientemente altas, el término exponencial es muy superior a 1 y la ecuación anterior se puede aproximar a la forma:

$$I = I_S e^{\frac{V_D q}{\eta k T}} \qquad (2)$$

Montaje y toma de datos

El esquema del circuito eléctrico para la toma de datos se muestra en la figura 2, y el montaje real en la figura 3.

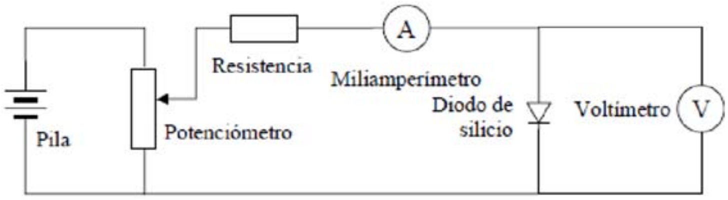

Fig. 2

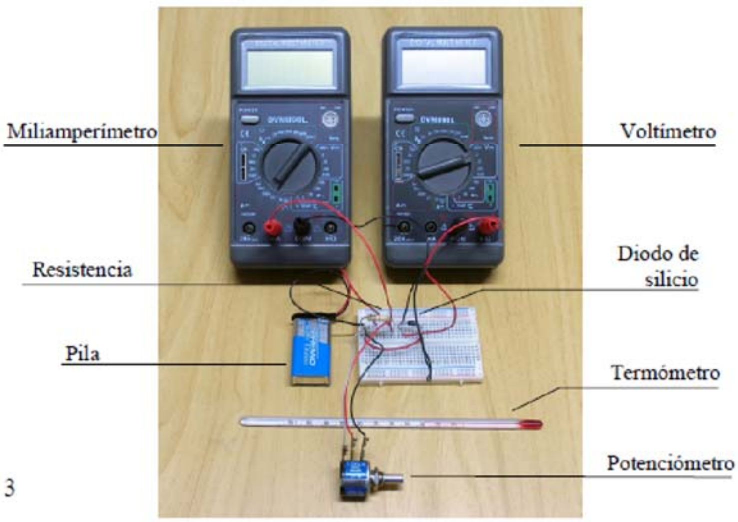

Fig. 3

Nombre y apellidos:

Centro: Curso:

Se gira el potenciómetro y, para diferencias de potencial, V_D, comprendidas entre 0.550 V y 0.775 V, a una temperatura ambiente de 20°C, se recogen los correspondientes valores de la intensidad I.

Los diez pares de medidas que se han tomado están registrados a continuación:

	I	V		I	V
1ª	00.6	.550	6ª	07.7	.675
2ª	01.1	.575	7ª	12.5	.700
3ª	01.7	.600	8ª	20.6	.725
4ª	02.8	.625	9ª	35.2	.750
5ª	04.7	.650	10ª	58.8	.775

Procedimiento experimental

1. **Traslada las medidas anteriores a una tabla como la siguiente: (0.5 puntos)**

V_D (V)	I (A)	ln I

2. **Anota** en la tercera columna de la tabla **los valores de ln** I**. (0.5 puntos)**
3. Aplica logaritmos a la ecuación (2) con el fin de obtener una dependencia lineal entre ln I y V_D.

   Escribe la expresión obtenida, a la que se designará como expresión (3). **(0.5 puntos)**

Nombre y apellidos:

Centro: Curso:

4. **Representa gráficamente** los valores de ln I [en ordenadas] frente a los de V_D [en abscisas]. **(0.5 puntos)**
5. **Determina la pendiente**, p, de la recta que mejor se ajusta a los puntos experimentales. **(0.5 puntos)**
6. Como la pendiente de la recta ha de ser igual a la pendiente de la expresión (3), iguala ambas, **halla el factor de idealidad, η, del diodo. (1 punto)**

Datos:

$$q = 1.60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$$

$$k = 1.38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J{\cdot}K^{-1}}$$

$$t = 20°\mathrm{C}\ (\text{o bien: } T = 293\ \mathrm{K})$$