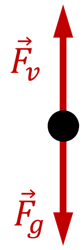
XXIII Olimpiada Española de Física 2 de marzo de 2012

Fase Local, Universidad de Salamanca

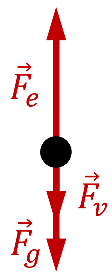
Soluciones de los problemas:

Problema 1



1. Sin campo eléctrico ($\vec{E} = 0$):
   a. Ver esquema de la derecha.
   b. Unidad: $\mathrm{Pa \cdot s = kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}}$
   c. $F_v = F_g \Rightarrow 6\,\pi\,R\,\eta\,v_g = {}^4\!/_3\,\pi\,R^3\rho\,\mathrm{g}$

   $$\eta = \frac{2\,R^2\,\rho\,\mathrm{g}}{9\,v_g} = 17{,}4\ \mathrm{\mu Pa \cdot s}$$



2. Con campo eléctrico ($\vec{E} = -808\ \mathrm{kV/m}\ \vec{\jmath}$):
   a. $q < 0.$
   b. $F_g + F_v = F_e = q\,E$

   $$F_g = {}^4\!/_3\,\pi\,R^3\rho\,\mathrm{g} = 3{,}02 \times 10^{-13}\ \mathrm{N}$$

   $$F_v = 6\,\pi\,R\,\eta\,v_e = 8{,}53 \times 10^{-14}\ \mathrm{N}$$

   $$q = {}^{F_g + F_v}\!/_{E} = 4{,}79 \times 10^{-19}\mathrm{C} = 3\mathrm{e}$$

3. Gota suspendida en el aire
   a. $F_g = F_e = q\,E \Rightarrow E = {}^{F_g}\!/_{q} = 630\ \mathrm{kV/m}$
   b. $V = E\,d = 3{,}15\ \mathrm{kV}.$

Soluciones de los problemas:

Problema 2

a. Aplicamos conservación de la energía $E_i = E_f$:

Energía: $E_i = E_f = mgh = 1{,}48 \times 10^{-7}\text{J}.$

$U_e = 0{,}75\ E_i = 1{,}11 \times 10^{-7}\text{J}.$

b. Movimiento uniformemente acelerado en la dirección y:

$$v_{fy}^2 - v_{iy}^2 = 2\ \mathrm{g}\ h \Rightarrow v_{iy} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}07} = 1{,}17\ \ \mathrm{m/s}$$

$$v_i = {}^{v_{iy}}\!/_{\mathrm{sen}\ 60°} = 1{,}35\ \ {}^{\mathrm{m}}\!/_{\mathrm{s}}$$

c. $E_L = E_T \Rightarrow m\ g_T\ h_T = m\ g_L\ h_L \Rightarrow h_L = {}^{g_T}\!/_{g_L}\, h_T$

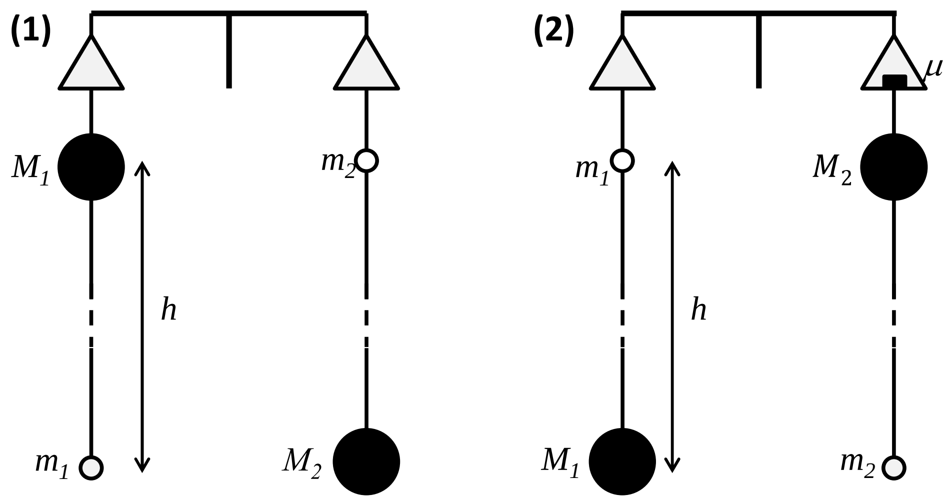
$$g = {}^{G\ M}\!/_{R^2} \Rightarrow {}^{g_T}\!/_{g_L} = {}^{M_T}\!/_{M_L} \left({}^{R_L}\!/_{R_T}\right)^2 = 81 \cdot \frac{1}{4^2} = 5{,}06$$

$$h_L = {}^{g_T}\!/_{g_L}\, h_T = 5{,}06 \cdot 70 = 354\ \mathrm{mm}$$

Soluciones de los problemas:

Problema 3

Llamemos a las dos posiciones (1) y (2):



Llamemos $g_1(g_0)$ al valor de la constante gravitatoria en la parte de arriba (abajo) de la cuerda.

En (1): $m_1\, g_0 + M_1\, g_1 = m_2\, g_1 + M_2\, g_0$

En (2): $m_1\, g_1 + M_1\, g_0 = (M_2 + \mu)\, g_1 + m_2\, g_0$

Restando ambas ecuaciones se obtiene $(M_1 - m_1)(g_1 - g_0) = (M_2 - m_2)(g_0 - g_1) - \mu\, g_1$

Despejando:

$$\frac{g_0 - g_1}{g_1} = \frac{\mu}{M_1 + M_2 - m_1 - m_2} \approx \frac{\mu}{M_1 + M_2} = 6{,}5 \times 10^{-6}$$

Aplicando la ley de gravitación universal de Newton:

$$\frac{g_0 - g_1}{g_1} = \frac{(R_T + h)^2}{R_T^2} - 1 = \left(1 + \frac{h}{R_T}\right)^2 - 1 \approx \frac{2\,h}{R_T} = 6{,}6 \times 10^{-6}$$

$$\frac{\mu}{2\,M} = 6{,}5 \times 10^{-6}$$

Conclusión: tuvo bastante éxito.

Soluciones de los problemas:

Problema 4

El campo que crea cada carga será (dirigido a lo largo de la línea que une cada carga con el punto P):

$$E_1 = E_5 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2+4d^2} \qquad E_2 = E_4 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(-q)}{r^2+d^2} \qquad E_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

Si escribimos el campo en términos de componente horizontal y vertical, la carga 3 crea sólo un campo horizontal, mientras que por la simetría los campos verticales de las cargas 1 y 5 se anulan, y también los de las cargas 2 y 4; de modo que no hay componente vertical.

En cuanto a la componente horizontal, las cargas 1 y 5 crean la misma componente horizontal, de valor

$$E_1 \cos\theta_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2+4d^2}\frac{r}{\sqrt{r^2+4d^2}}$$

Lo mismo ocurre con las cargas 2 y 4, cuya componente horizontal es

$$E_2 \cos\theta_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(-q)}{r^2+d^2}\frac{r}{\sqrt{r^2+d^2}}$$

De modo que el campo total horizontal será

$$E_h = E_3 + 2E_1\cos\theta_1 + 2E_2\cos\theta_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}q\left[\frac{1}{r^2} - \frac{2r}{(r^2+d^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{2r}{(r^2+4d^2)^{\frac{3}{2}}}\right]$$

Cuando *r* es comparable con *d* esta fórmula es la adecuada. Sin embargo, si *r* es mucho mayor que *d*, los términos de *r* predominan en los denominadores y entonces el campo será

$$E_h = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}q\left[\frac{1}{r^2} - \frac{2}{r^2} + \frac{2}{r^2}\right] = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Interpretación: a distancias largas el conjunto de cargas se comporta como una carga puntual de valor igual a la carga neta del conjunto *q*.