Problema 1: La Física de la bicicleta

1. La cadena es el elemento que une de forma solidaria plato y piñón. Se tiene entonces que por cada giro o vuelta completa del plato el piñón realiza N_1/N_2 vuelta. Teniendo en cuenta que el perímetro de la rueda es de $2\pi R$, se tiene que la velocidad es:

$$v = \Omega 2\pi R\frac{N_1}{N_2}$$

2. Usando los valores numéricos proporcionados se tiene que:

$$v = \frac{90}{60}\pi \cdot 0.7 \cdot \frac{54}{18} \cdot \frac{3600}{1000} = 35.63 \text{ km/h}$$

3. La expresión es simplemente:

$$F_g = mgsin\theta$$

4. Tenemos que $P = F_g \cdot v = mgsin\theta \cdot v$ de forma que podemos despejar la velocidad[i]:

(a) $v = \frac{P}{mgsin\theta} = \frac{250}{80 \cdot 10 \cdot sin(3°)} = 5.97 \text{ m/s} = 21.5 \text{ km/h}$

(b) el tiempo empleado será $t = \frac{d}{v} = \frac{5000}{5.97} = 837 \text{ s}$

(c) y el trabajo es $W = P \cdot t = 250 \cdot 837 = 209 \text{ kJ}$

(d) Si la pendiente se duplica $v = \frac{250}{80 \cdot 10 \cdot sin(6°)} = 10.8 \text{ km/h}$

5. La energía cinética de una masa ϱV del aire desplazado, donde ϱ es la densidad y V su volumen, será:

(a) $E_c = \frac{1}{2}\rho V v^2 = \frac{1}{2}\rho A v^3 t$

En dónde el volumen V es igual a Avt con A la sección frontal.

(b) Realizando el balance de potencia

$$P = F_a \cdot v = \frac{dE_c}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\rho A v^3 t\right) = \frac{1}{2}\rho A v^3$$

Por lo que se tiene que $F_a = \frac{1}{2}\rho A v^2$

(c) Añadiendo el coeficiente aerodinámico se tiene que:

---

[i] Por ejemplo, en uno de los puertos más conocidos del Tour de Francia, el Alpe d'Huez, con una pendiente media de un 7.9% (+1073m) en sus emblemáticas 21 curvas, P. Delgado con 64 kg de peso ascendió a 18.6 km/h en el año 1989 desarrollando 380 W. El record de la subida está en 37.5 minutos (20.9 km/h), conseguido en 1997 por M. Pantani (57 kg).

$$F_a = \frac{1}{2}\rho C_d A v^2$$

6. La expresión es: $F_r = \mu mg$

7. Sustituyendo los datos del enunciado la fuerza total que ha de ejercer el ciclista es

$$F_T = 3.2 + 0.24 \cdot v_{rel}^2$$

dónde v_{rel} es la velocidad relativa respecto del viento. Como $P = F \cdot v$, podemos escribir teniendo en cuenta que v=10 m/s:

(a) Sin viento. P=3.2v+0.24v^3 → P=272 W

(b) Con un viento de 18 km/h=5 m/s:

Cuando va a favor tenemos que P=3.2v+0.24(v-5)^2 v → P=92 W
Cuando va en contra P=3.2v+0.24(v+5)^2 v→ P=572 W

8. Tenemos que resolver la ecuación $\frac{dx}{dt} = v_0 e^{-\beta t}$. Integrando y fijando que x(0)=0 se obtiene que $x(t) = \frac{v_0}{\beta}\left(1 - e^{-\beta t}\right)$. La separación inicial entre ambos ciclistas es de VT, de forma que cuando el que va en cabeza recorre una distancia L nuestro corredor tiene que recorrer una distancia mayor que VT+L en un tiempo L/T o menor para ganar. Podemos escribir entonces que

$$VT + L < \int_0^{L/V} v_0 e^{-\beta t} dt = \frac{v_0}{\beta}\left(1 - e^{-\beta L/V}\right),$$

de donde se tiene que satisfacer que

$$v_0 > \frac{\beta(VT + L)}{1 - e^{-\beta L/V}}$$

9. Sustituyendo en la expresión anterior

$$v_0 > \frac{4(4 \cdot 0.01 + 16)}{1 - e^{-4\cdot 4/16}} > 26.32 \text{ km/h}$$

Se muestra lo extremadamente difícil que es recuperar 36 segundos, pues el corredor ha de incrementar su velocidad en más de 10 km/h. Es también importante darse cuenta que nuestro ciclista llegaría a la meta entrando vencedor con una velocidad de $v_0 e^{-1}$=9.68 km/h, ¡a punto justo de ser rebasado por el otro ciclista!

10. De la condición de que F_T=0, podemos escribir que

$$v_{lim}^2 = \frac{mg sin\theta}{\frac{1}{2}\rho C_d A}$$

Haciendo las cuentas dicha velocidad sería

$$v_{lim}^2 = \frac{80\cdot 10 \cdot 0.156}{0.24} \to v_{lim} = 22.8 \text{ m/s} = 82.2 \text{ km/h}$$

Problema 2: Factor de idealidad de un diodo de Silicio

1. La relación entre I y V_D no es lineal. Tomando logaritmos neperianos en la ecuación (2), se tiene:

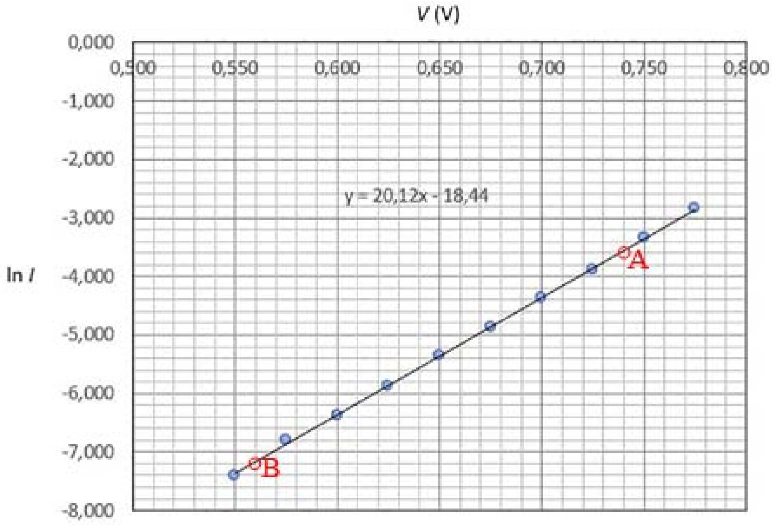
$$ln\,I = ln\,I_S \; + \frac{q}{\eta kT} V_D \; (3)$$

   En este caso hay una dependencia lineal entre ln I y V_D. Será con esta relación con la que se trabaje.

2. Completando la tabla:

V_D (V)	I (A)	ln I
0,550	$0{,}6 \cdot 10^{-3}$	- 7,42
0,575	$1{,}1 \cdot 10^{-3}$	- 6,81
0,600	$1{,}7 \cdot 10^{-3}$	- 6,38
0,625	$2{,}8 \cdot 10^{-3}$	- 5,88
0,650	$4{,}7 \cdot 10^{-3}$	-5,36
0,675	$7{,}7 \cdot 10^{-3}$	- 4,87
0,700	$1{,}25 \cdot 10^{-2}$	- 4,38
0,725	$2{,}06 \cdot 10^{-2}$	- 3,88
0,750	$3{,}52 \cdot 10^{-2}$	- 3,35
0,775	$5{,}88 \cdot 10^{-2}$	- 2,83

3. Representando *ln I* frente a V_D, se obtiene la gráfica:



4. Elegidos dos puntos, A y B, sobre la gráfica, que estén suficientemente alejados, la pendiente es:

$$p = \frac{ln\, I_A - ln\, I_B}{V_A - V_B} = \frac{-3{,}6 - (-6{,}6)}{0{,}74 - 0{,}56} = 20\ V^{-1}$$

(Con Excel, el resultado de la pendiente es 20,1. El cálculo hecho aquí con dos puntos A y B es en realidad una simulación realizada sobre una gráfica muy pequeña de la que no es posible extraer más cifras significativas. Los cálculos posteriores se harán con el resultado que proporciona el ajuste con Excel).

De la expresión (3) se tiene que:

$$p = \frac{q}{\eta k T}$$

5. Entonces:

$$\eta = \frac{q}{pkT} = \frac{1{,}60 \cdot 10^{-19}}{20{,}1 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 293}\ \frac{C \cdot V}{J} = 1{,}97$$

Por tanto, el coeficiente de idealidad del diodo es:

$$\eta = 1{,}97$$